14. MECHANIKA-STATIKA GYAKORLAT
(kidolgozta: Tarnai Gábor, mérnöktanár)

Érdes testek - súrlódás

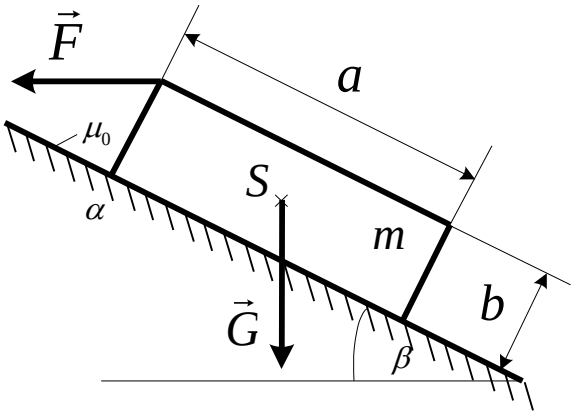
14.1. Példa.

Adott:

Az ábrán látható lejtőn elhelyezett test méretei és terhelése.

$a = 1\ \text{m}$, $b = 0{,}5\ \text{m}$, $\mu_0 = 0{,}2$

$m = 100\ \text{kg}$, $g \cong 10\ \frac{m}{s^2}$, $\beta = 30^0$



Feladat:

Határozza meg, mekkora vízszintes irányú $\vec{F}$ erő hatására marad a hasáb még éppen egyensúlyban?

a. Szerkesztéssel,
b. Számítással.

Megoldás: szerkesztéssel

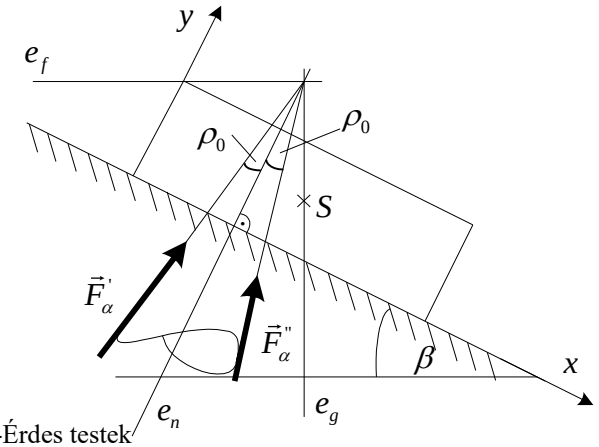
A szélsőséges egyensúlyi helyzetet kétféleképpen érhetjük el.

Az $\vec{F}_{\max}$ maximális húzóerőt akkor fejtjük ki, amikor a test még éppen nem mozdul el a lejtőn fölfelé, az $\vec{F}_{\min}$ húzóerőt pedig akkor, amikor még éppen nem kezd el lefelé csúszni.

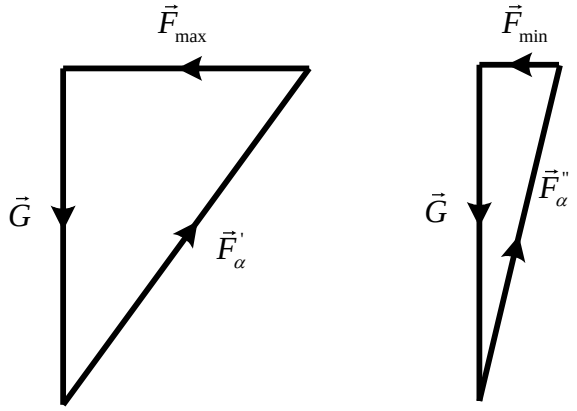
Első esetben a lejtő felöl a testre ható erő ($\vec{F}_\alpha^{'}$) a fölfelé indulást „akadályozza” (azaz $\vec{F}_{\alpha t}$ „lefelé” mutat), a másodikban pedig a lefelé csúszást gátolja (azaz $\vec{F}_{\alpha t}$ „fölfelé” mutat), de mindkét esetben a nyugvásbeli súrlódási kúp palástján helyezkedik el. (A nem szélsőséges esetekben ($\vec{F}_{\min} < \vec{F} < \vec{F}_{\max}$), az $\vec{F}_\alpha$ hatásvonalát, valahol a kúpon belül találjuk.)

Az egyensúly feltétele: $\vec{F} + \vec{G} + \vec{F}_\alpha = \vec{0}$ (Az erők hatásvonalai egy pontban metszik egymást.)

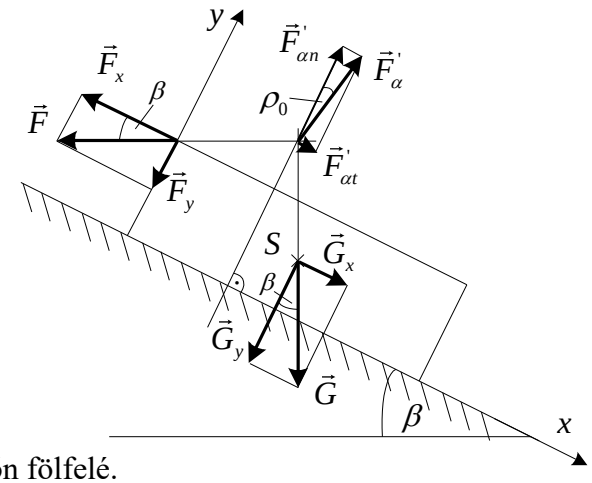
Szerkezetábra



Erőábra



Megoldás: számítással



Ismét az egyensúly feltétele a kiindulás:

$\vec{F}+\vec{G}+\vec{F}_\alpha=\vec{0}$, ahol

$$\vec{F}=-F\cos\beta\vec{i}-F\sin\beta\vec{j}$$
$$\vec{G}=G\sin\beta\vec{i}-G\cos\beta\vec{j}$$
$$\underline{\vec{F}'_\alpha=F'_{\alpha t}\vec{i}+F'_{\alpha n}\vec{j}}$$

ha, a test még éppen nem mozdul el a lejtőn fölfelé.

Valamint, a Coulomb törvény értelmében:
$F'_{\alpha t}=\mu_0 F'_{\alpha n}$.

$$\left(-F\cos\beta\vec{i}-F\sin\beta\vec{j}\right)+\left(G\sin\beta\vec{i}-G\cos\beta\vec{j}\right)+\left(\mu_0 F'_{\alpha n}\vec{i}+F'_{\alpha n}\vec{j}\right)=\vec{0}$$

Behelyettesítés után, $\vec{i}$ -vel, majd $\vec{j}$ -vel skalárisan megszorozzuk a vektoregyenletet:

$$-F\cos\beta+G\sin\beta+\mu_0 F'_{\alpha n}=0$$
$$\underline{-F\sin\beta-G\cos\beta+F'_{\alpha n}=0}\qquad\Rightarrow\qquad F'_{\alpha n}=F\sin\beta+G\cos\beta$$

majd, ezt visszahelyettesítve az első egyenletbe kapjuk:

$-F\cos\beta+G\sin\beta+\mu_0(F\sin\beta+G\cos\beta)=0$, amiből kifejezve

$F=G\dfrac{\sin\beta+\mu_0\cos\beta}{\cos\beta-\mu_0\sin\beta}$, és az adatok behelyettesítése után

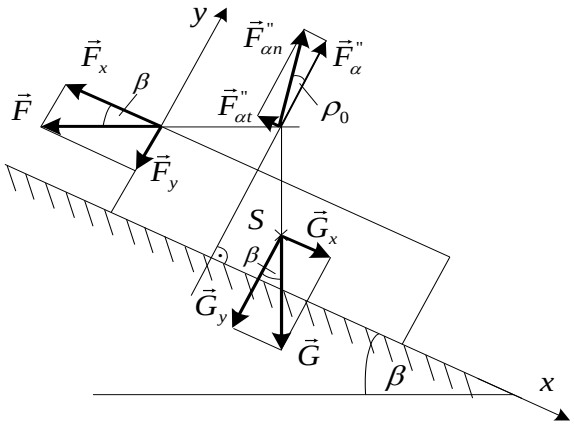
$F=100\cdot 10\cdot\dfrac{\sin 30^0+0,2\cdot\cos 30^0}{\cos 30^0-0,2\cdot\sin 30^0}$, majd

$$F=1000\cdot\frac{\frac{1}{2}+0,2\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}-0,2\frac{1}{2}}=878,83\text{ N}.$$

Tehát az a maximális húzóerő, amikor a test még éppen nem mozdul el a lejtőn fölfelé:

$$\underline{\underline{F_{\max}=878,83\text{ N}\ (\leftarrow)}}.$$

A másik eset, amikor a test lefelé mozdulását akadályozzuk meg az erővel ($\vec{F}_{\min}$):



$\vec{F}+\vec{G}+\vec{F}_{\alpha}=\vec{0}$, és itt,

$\vec{F}=-F\cos\beta\vec{i}-F\sin\beta\vec{j}$,
$\vec{G}=G\sin\beta\vec{i}-G\cos\beta\vec{j}$,
$\underline{\vec{F}''_{\alpha}=-F''_{\alpha t}\vec{i}+F''_{\alpha n}\vec{j}}$,

Továbbá fölhasználva, hogy:
$F''_{\alpha t}=\mu_0 F''_{\alpha n}$.

$$\left(-F\cos\beta\vec{i}-F\sin\beta\vec{j}\right)+\left(G\sin\beta\vec{i}-G\cos\beta\vec{j}\right)+\left(-\mu_0 F''_{\alpha n}\vec{i}+F''_{\alpha n}\vec{j}\right)=\vec{0}$$

Az egyensúlyi egyenletbe történő behelyettesítés után a két skalár egyenlet:

$$-F\cos\beta+G\sin\beta-\mu_0 F''_{\alpha n}=0$$
$$\underline{-F\sin\beta-G\cos\beta+F''_{\alpha n}=0} \qquad \Rightarrow \qquad F''_{\alpha n}=F\sin\beta+G\cos\beta$$

ezt visszahelyettesítve az első egyenletbe kapjuk:

$-F\cos\beta+G\sin\beta-\mu_0(F\sin\beta+G\cos\beta)=0$, amiből

$$F=G\frac{\sin\beta-\mu_0\cos\beta}{\cos\beta+\mu_0\sin\beta}=100\cdot 10\cdot\frac{\sin 30^0-0,2\cdot\cos 30^0}{\cos 30^0+0,2\cdot\sin 30^0}=1000\cdot\frac{\frac{1}{2}-0,2\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+0,2\frac{1}{2}}.$$

Tehát az a minimális húzóerő, amikor a test még éppen nem kezd lecsúszni a lejtőn:

$$\underline{\underline{F_{\min}=338,29\ \text{N}\ (\leftarrow)}}$$

Végeredményben tehát:
$F>F_{\max}$ esetén a test elindul a lejtőn fölfelé, hiszen $\left|F_x\right|>\left|G_x+F_{\alpha t}\right|$ (mozgástan),
$F_{\min}\le F\le F_{\max}$ esetben a test folyamatosan nyugalomban marad (**statika**), és
$F<F_{\min}$ következménye: a test elkezd csúszni lefelé, $\left|F_x\right|<\left|G_x-F_{\alpha t}\right|$ (mozgástan).

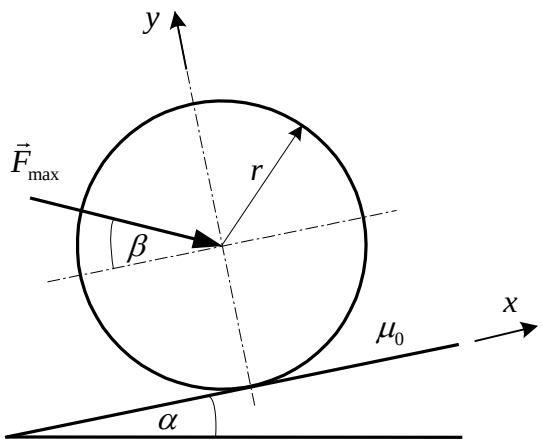
14.2. Példa.

Adott:

$m = 6\ \text{kg}$, $g \cong 10\ \dfrac{m}{s^2}$,

$r = 200\ \text{mm}$, $f = 3\ \text{mm}$

$\alpha = 14^0$, $\beta = 30^0$



Feladat:

a. Mekkora maximális erő ($F_{\max}$) esetén lesz a henger egyensúlyban?

b. Mekkora lehet minimálisan a nyugalmi súrlódási tényező ($\mu_{0\min}$) értéke, hogy a henger ne csússzon meg?

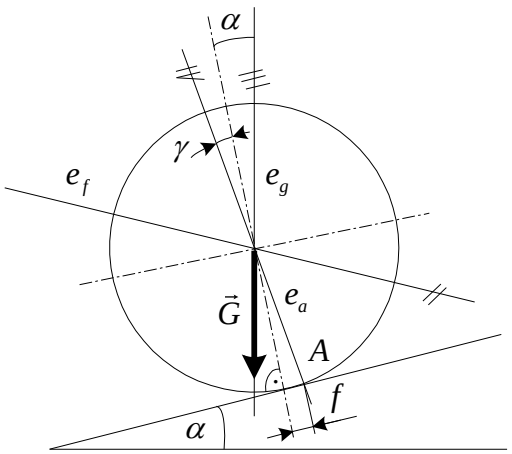
Megoldás:

a. *Szerkesztéssel*

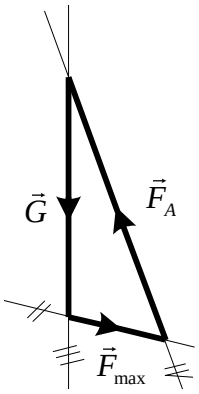
Egyensúly esetén teljesül a következő egyenlet: $\vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_{\max} = \vec{0}$,

ahol $\vec{F}_A$ a lejtőről a hengerre ható támasztóerő.

Szerkezeti ábra



Erő ábra

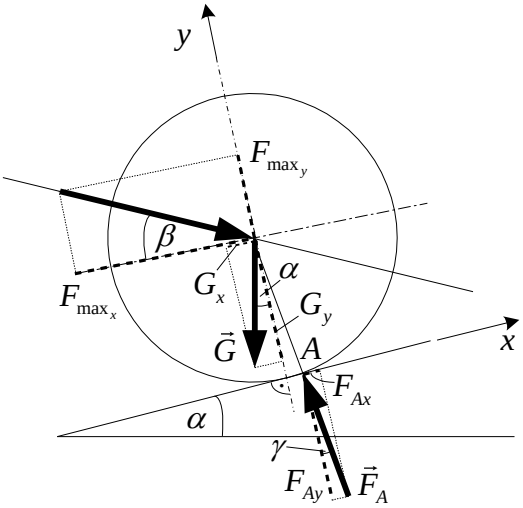


Az ábrából látható: $tg\gamma = \dfrac{f}{r}$

Számítással

Az egyensúlyi egyenlet ismét a kiinduló pont: $\vec{G}+\vec{F}_A+\vec{F}_{\max}=\vec{0}$, ahol:

$$\vec{G}=-G\sin\alpha\vec{i}-G\cos\alpha\vec{j}$$
$$\vec{F}_A=-F_A\sin\gamma\vec{i}+F_A\cos\gamma\vec{j}$$
$$\underline{\vec{F}_{\max}=F_{\max}\cos\beta\vec{i}-F_{\max}\sin\beta\vec{j}}$$



Behelyettesítés után, $\vec{i}$ -vel, majd $\vec{j}$ -vel skalárisan megszorozzuk a vektoregyenletet:

$$\left.\begin{aligned}-G\sin\alpha-F_A\sin\gamma+F_{\max}\cos\beta=0\\-G\cos\alpha+F_A\cos\gamma-F_{\max}\sin\beta=0\end{aligned}\right\}$$

A második skaláris egyensúlyi egyenletből:

$$F_A=\frac{G\cos\alpha+F_{\max}\sin\beta}{\cos\gamma}.$$

Ezt visszahelyettesítve az első skaláris egyensúlyi egyenletbe:

$$-G\sin\alpha-\frac{G\cos\alpha+F_{\max}\sin\beta}{\cos\gamma}\sin\gamma+F_{\max}\cos\beta=0,\text{ átrendezés után}$$

$$F_{\max}(\cos\beta-\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}\sin\beta)=G(\sin\alpha+\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}\cos\alpha).$$

Az ábrából leolvashatjuk, hogy:

$tg\gamma=\frac{|F_{Ax}|}{|F_{Ay}|}=\frac{|F_{At}|}{|F_{An}|}=\frac{f}{r}$, ahol $F_{At}\equiv F_{Ax}$ az érintősíkba eső erőkoordináta, és $F_{An}\equiv F_{Ay}$ az érintkezési felületre merőleges erőkoordináta. Most már

$$F_{\max}=G\frac{\sin\alpha+tg\gamma\cos\alpha}{\cos\beta-tg\gamma\sin\beta}=6\cdot10\cdot\frac{0,242+\frac{3}{200}0,97}{0,866-\frac{3}{200}0,05}=17,92\text{ N}$$

$$\underline{\underline{F_{\max}=17,92\text{ N}\searrow}}$$

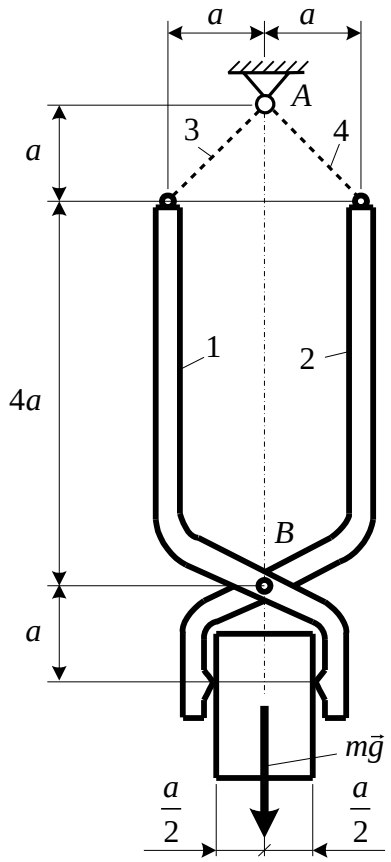
b. A megcsúszáshoz tartozó, $\mu_{0\min}$ legkisebb nyugvásbeli súrlódási tényező meghatározása:

$$\mu_{0\min}=tg\gamma=\frac{f}{r}=\frac{3}{200}=0,015.\qquad\underline{\underline{\mu_{0\min}=0,015}}$$

14.3. Példa.

Adott: Az ábrán látható fogó méretei és terhelése.

$a = 100$ mm, $m = 5$ t, $\mu_0 = 0,3$.



Feladat:

Határozza meg, megtartja-e a befogószerkezet a terhet!

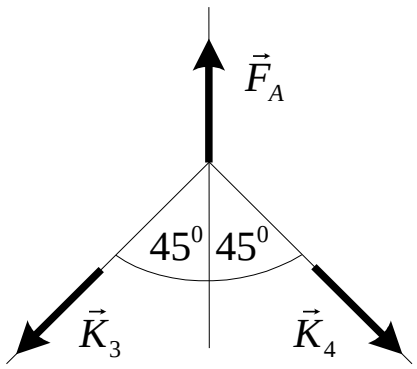
c. Szerkesztéssel,
d. Számítással.

Megoldás:
- Szerkesztéssel

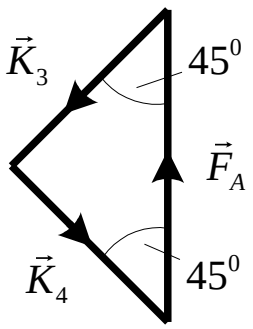
A súrlódási tényező minimális értékének meghatározása.
A csukló egyensúlya:

$$\vec{F}_A + \vec{K}_3 + \vec{K}_4 = \vec{0}$$

Helyzetábra



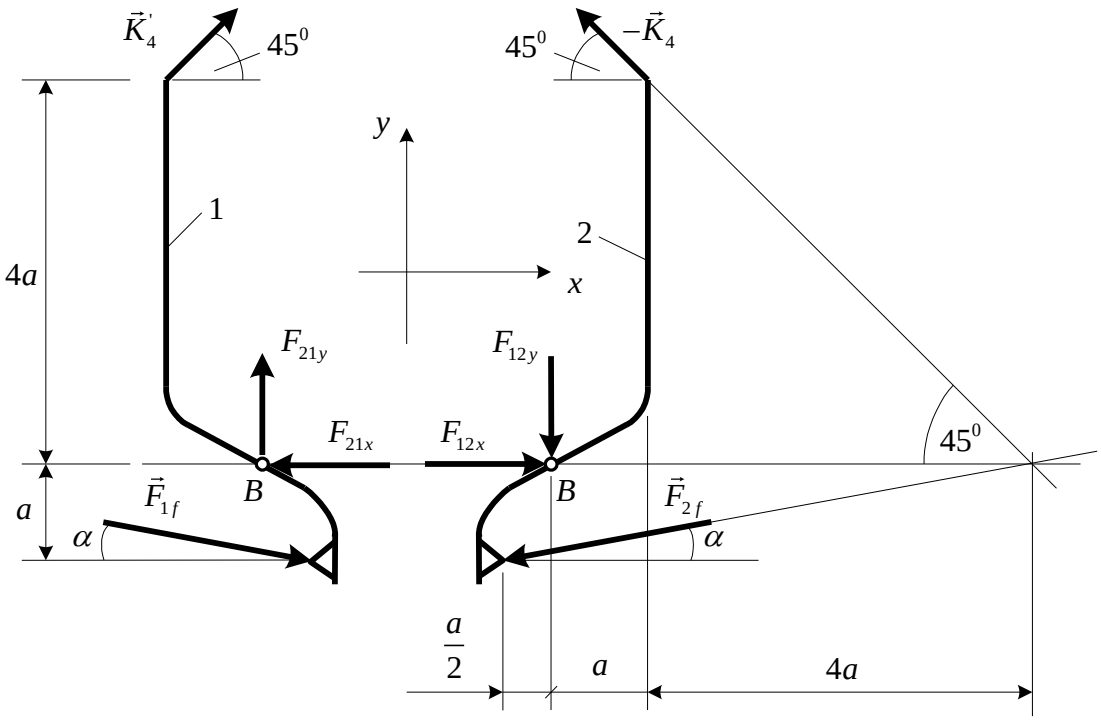
Erőábra



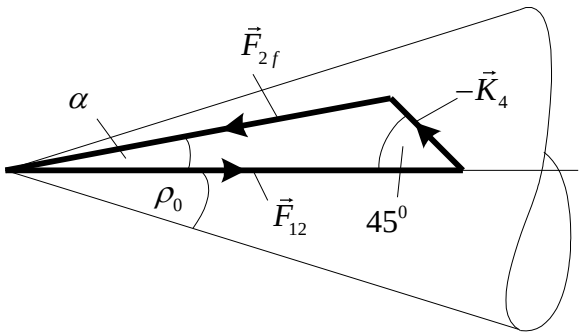
A fogószárak egyensúlya:

Szimmetria okok miatt: $F_{12y} = F_{21y} = 0$

A 2 test egyensúlya: $-\vec{K}_4 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{2f} = \vec{0}$



$K_{4x} = 25$ kN
$K_{4y} = 25$ kN



$$tg\alpha = \frac{a}{5,5a} = \frac{1}{5,5} = 0,1818$$

$$\underline{\underline{\mu_{0\min} = 0,1818}}$$

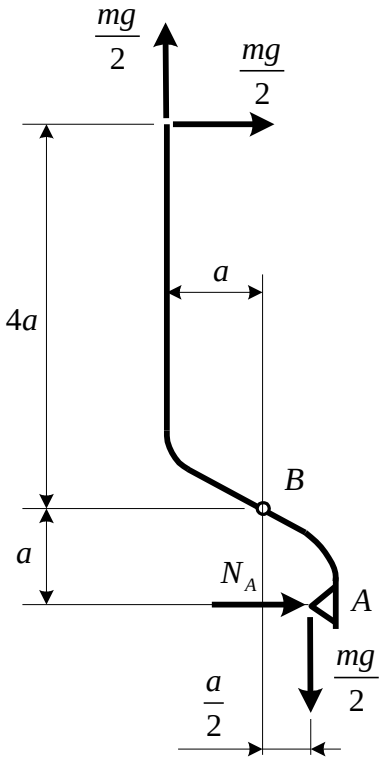
Megtartja, ha: $tg\alpha = \mu_{0\min} \le tg\rho_0 = \mu_0$,

Tehát a befogó szerkezet a terhet megtartja.

Megoldás:

- *Számítással*

Az 1 test egyensúlyából:



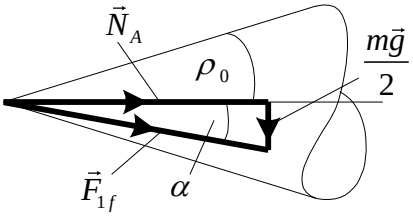
$$M_b = 0 = -a\frac{mg}{2} - 4a\frac{mg}{2} - \frac{a}{2}\frac{mg}{2} + aN_A,$$

$$0 = mg\left(-\frac{1}{2} - 2 - \frac{1}{4}\right) + N_A,$$

$$N_A = 2,75mg = 137,5\ \text{kN},$$

$$tg\alpha = \frac{\frac{mg}{2}}{N_A} = \frac{\frac{1}{2}mg}{2,75mg} = \frac{1}{5,5} = 0,1818,$$

$$\mu_{0\min} = tg\alpha = 0,1818 < 0,3 = tg\rho_0 = \mu_0$$



14.4. Példa.

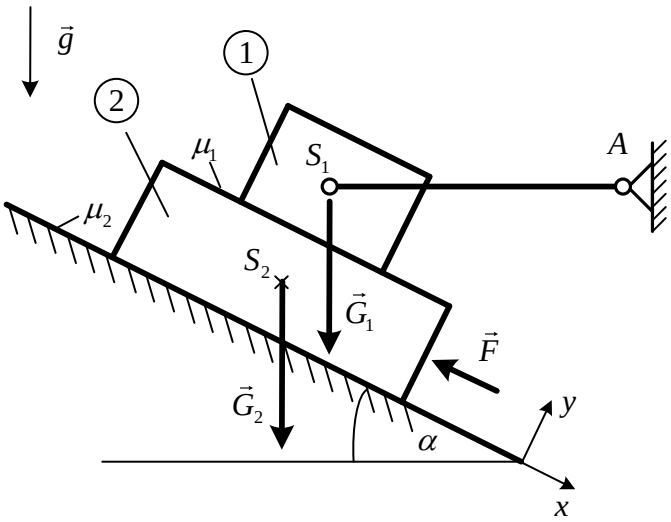
Adott:

Az ábrán látható lejtőn elhelyezett test méretei és terhelése, valamit a felületek között fellépő μ_1, μ_2 nyugvásbeli súrlódási tényezők.

$G_1 = 5{,}5\ \text{kN}$, $G_2 = 3\ \text{kN}$,

$\mu_1 = 0{,}2$, $\mu_2 = 0{,}15$

$g \cong 10\ \dfrac{m}{s^2}$, $\alpha = 45^0$

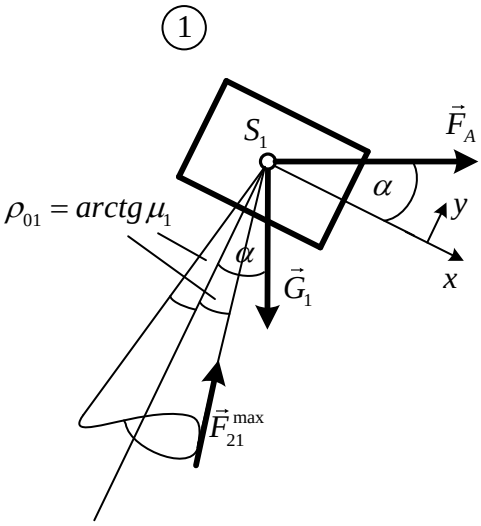


Feladat:

Határozza meg, mekkora $\vec{F}$ terhelő erő hatására marad a hasáb még éppen egyensúlyban? $\left(\vec{F}_{\max} = ?,\ \vec{F}_{\min} = ?\right)$

Határozza meg, a két esetre az *A* pontban fellépő támasztóerőket és az alsó hasábra ható $\vec{F}_K$ kényszererőket?

A maximális $\vec{F}_{\max}$ terhelő erő meghatározása, amelynél a hasáb nyugalomban marad, vagyis a test még éppen nem mozdul el a lejtőn fölfelé.



Az 1-es jelű hasáb egyensúlya.

$$\vec{F}_{21}^{\max} + \vec{G}_1 + \vec{F}_A = \vec{0}$$

$$\vec{F}_A = F_A \cos\alpha\,\vec{i} + F_A \sin\alpha\,\vec{j}$$

$$\vec{G}_1 = G_1 \sin\alpha\,\vec{i} - G_1 \cos\alpha\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_{21}^{\max} = -F_{21t}^{\max}\vec{i} + F_{21n}^{\max}\vec{j} = -\mu_1 F_{21n}^{\max}\vec{i} + F_{21n}^{\max}\vec{j}$$

A Coulomb féle súrlódási törvényt is figyelembe véve.

Behelyettesítés után, $\vec{i}$ -vel, majd $\vec{j}$ -vel skalárisan megszorozzuk a vektoregyenletet:

1) $-\mu_1 \vec{F}_{21n}^{\max} + G_1 \sin\alpha + F_A \cos\alpha = 0$

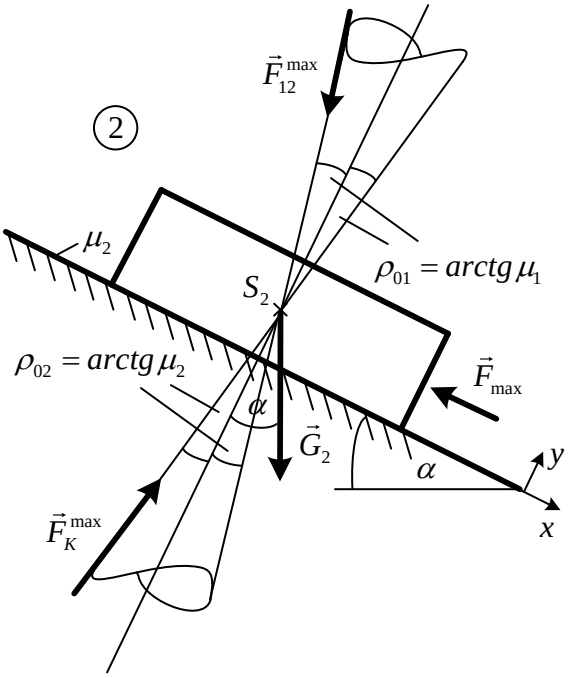
2) $\vec{F}_{21n}^{\max} - G_1 \cos\alpha + F_A \sin\alpha = 0$

2) $\vec{F}_{21n}^{\max} = G_1 \cos\alpha - F_A \sin\alpha$

1) $-\mu_1\left(G_1\cos\alpha - F_A\sin\alpha\right) + G_1\sin\alpha + F_A\cos\alpha = 0$

$$F_A = \frac{\mu_1 G_1\cos\alpha - G_1\sin\alpha}{\mu_1\sin\alpha + \cos\alpha} = \frac{0,2\cdot 5,5\cos 45^\circ - 5,5\sin 45^\circ}{0,2\sin 45^\circ + \cos 45^\circ} = \frac{-4,4}{1,2} = -3,67\ kN \quad (\leftarrow)$$

2) $\vec{F}_{21n}^{\max} = G_1\cos\alpha - F_A\sin\alpha = 5,5\cos 45^\circ - (-3,67)\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}(5,5+3,67) = 6,48\ kN \quad (\uparrow)$



Az 2-es jelű hasáb egyensúlya.

$$\vec{F}_{12}^{\max} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{\max} + \vec{F}_K^{\max} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{12}^{\max} = -\vec{F}_{21}^{\max} = F_{21t}^{\max}\vec{i} - F_{21n}^{\max}\vec{j} = \mu_1 F_{21n}^{\max}\vec{i} - F_{21n}^{\max}\vec{j}$$

$$\vec{G}_2 = G_2\sin\alpha\vec{i} - G_2\cos\alpha\vec{j}$$

$$\vec{F}_{\max} = -F_{\max}\vec{i}$$

$$\vec{F}_K^{\max} = F_{Kt}^{\max}\vec{i} + F_{Kn}^{\max}\vec{j} = \mu_2 F_{Kn}^{\max}\vec{i} + F_{Kn}^{\max}\vec{j}$$

A Coulomb féle súrlódási törvényt is figyelembe véve.

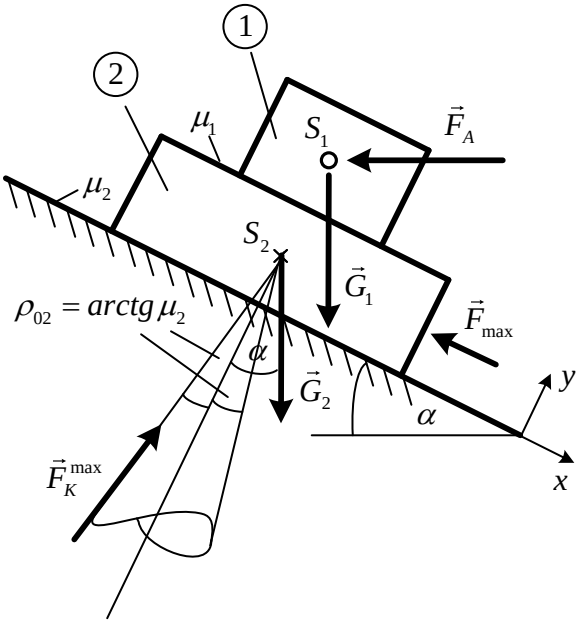
Behelyettesítés után, $\vec{i}$-vel, majd $\vec{j}$-vel skalárisan megszorozzuk a vektoregyenletet:

3) $\mu_1\vec{F}_{21n}^{\max} + G_2\sin\alpha - F_{\max} + \mu_2 F_{Kn}^{\max} = 0$

4) $-\vec{F}_{21n}^{\max} - G_2\cos\alpha + F_{Kn}^{\max} = 0$

4) $F_{Kn}^{\max} = \vec{F}_{21n}^{\max} + G_2\cos\alpha = 6,48 + 3\cdot\cos 45^\circ = 8,6\ kN \quad (\uparrow)$

3) $F_{\max} = \mu_1\vec{F}_{21n}^{\max} + G_2\sin\alpha + \mu_2 F_{Kn}^{\max} = 0,2\cdot 6,48 + 3\cdot\sin 45^\circ + 0,15\cdot 8,6 =$
$= 1,296 + 2,1213 + 1,29 = 4,7073\ kN \quad (\nwarrow)$



Ellenőrzés:

Az 1+2 jelű hasábok egyensúlya.

$$\vec{G}_1 + \vec{G}_2 - \vec{F}_A - \vec{F}_{\max} + \vec{F}_K^{\max} = \vec{0}$$

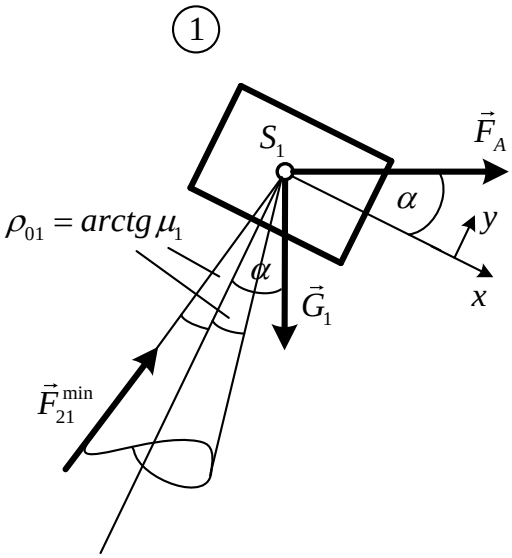
5) $(G_1 + G_2)\sin\alpha - F_A\cos\alpha - F_{\max} + \underbrace{F_{Kt}^{\max}}_{\mu_2\cdot F_{Kn}^{\max}} = 0$

6) $(-G_1 - G_2)\cos\alpha - F_A\sin\alpha + F_{Kn}^{\max} = 0$

5)
$(5,5+3)\sin 45^\circ - 3,67\cos 45^\circ - 4,7073 + 0,15\cdot 8,6 = 0$
$6,01 - 2,6 - 4,7073 + 1,29 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0$

6) $(-5,5-3)\cos 45^\circ - 3,67\sin 45^\circ + 8,6 = 0$
$-6,01 - 2,6 + 8,6 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0$

A minimális $\vec{F}_{\min}$ terhelő erő meghatározása, amelynél a hasáb nyugalomban marad, vagyis a test még éppen nem mozdul el a lejtőn lefelé.



Az 1-es jelű hasáb egyensúlya.

$$\vec{F}_{21}^{\min} + \vec{G}_1 + \vec{F}_A = \vec{0}$$

$$\vec{F}_A = F_A \cos\alpha \vec{i} + F_A \sin\alpha \vec{j}$$
$$\vec{G}_1 = G_1 \sin\alpha \vec{i} - G_1 \cos\alpha \vec{j}$$
$$\vec{F}_{21}^{\min} = F_{21t}^{\min}\vec{i} + F_{21n}^{\min}\vec{j} = \mu_1 F_{21n}^{\min}\vec{i} + F_{21n}^{\min}\vec{j}$$

A Coulomb féle súrlódási törvényt is figyelembe véve.

Behelyettesítés után, $\vec{i}$-vel, majd $\vec{j}$-vel skalárisan megszorozzuk a vektoregyenletet:

1) $\mu_1 \vec{F}_{21n}^{\min} + G_1 \sin\alpha + F_A \cos\alpha = 0$

2) $\vec{F}_{21n}^{\min} - G_1 \cos\alpha + F_A \sin\alpha = 0$

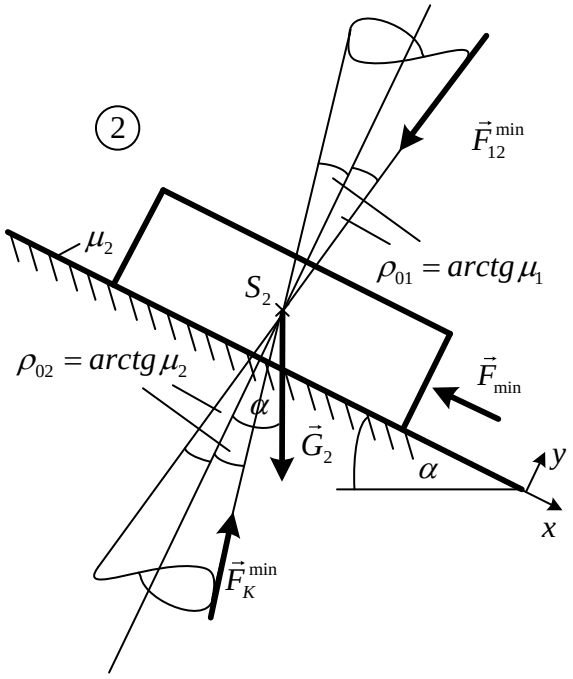
2) $\vec{F}_{21n}^{\min} = G_1 \cos\alpha - F_A \sin\alpha$

1) $\mu_1 \left(G_1 \cos\alpha - F_A \sin\alpha\right) + G_1 \sin\alpha + F_A \cos\alpha = 0$

$$F_A = \frac{-\mu_1 G_1 \cos\alpha - G_1 \sin\alpha}{-\mu_1 \sin\alpha + \cos\alpha} = \frac{-0,2 \cdot 5,5 \cos 45^\circ - 5,5 \sin 45^\circ}{-0,2 \sin 45^\circ + \cos 45^\circ} = \frac{-6,6}{0,8} = -8,25\ kN \quad (\leftarrow)$$

2) $\vec{F}_{21n}^{\min} = G_1 \cos\alpha - F_A \sin\alpha = 5,5 \cos 45^\circ - (-8,25) \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}(5,5 + 8,25) = 9,72\ kN \quad (\uparrow)$

Az 2-es jelű hasáb egyensúlya:



$$\vec{F}_{12}^{\min} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{\min} + \vec{F}_K^{\min} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{12}^{\min} = -\vec{F}_{21}^{\min} = -F_{21t}^{\min}\vec{i} - F_{21n}^{\min}\vec{j} = -\mu_1 F_{21n}^{\min}\vec{i} - F_{21n}^{\min}\vec{j}$$
$$\vec{G}_2 = G_2 \sin\alpha \vec{i} - G_2 \cos\alpha \vec{j}$$
$$\vec{F}_{\min} = -F_{\min}\vec{i}$$
$$\vec{F}_K^{\min} = -F_{Kt}^{\min}\vec{i} + F_{Kn}^{\min}\vec{j} = -\mu_2 F_{Kn}^{\min}\vec{i} + F_{Kn}^{\min}\vec{j}$$

A Coulomb törvényt is figyelembe véve.

Behelyettesítés után, $\vec{i}$-vel, majd $\vec{j}$-vel skalárisan megszorozzuk a vektoregyenletet:

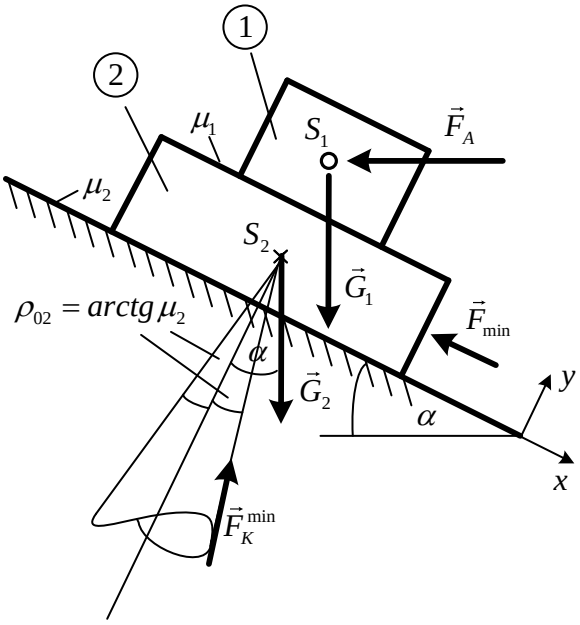
3) $-\mu_1 \vec{F}_{21n}^{\min} + G_2 \sin\alpha - F_{\min} - \mu_2 F_{Kn}^{\min} = 0$

4) $-\vec{F}_{21n}^{\min} - G_2 \cos\alpha + F_{Kn}^{\min} = 0$

4)

$$F_{Kn}^{\min} = \vec{F}_{21n}^{\min} + G_2 \cos\alpha = 9,72 + 3 \cdot \cos 45^\circ = 11,84\ kN \quad (\uparrow)$$

3) $F_{\min} = -\mu_1 \vec{F}_{21n}^{\min} + G_2 \sin\alpha - \mu_2 F_{Kn}^{\min} = -0,2\cdot 9,72 + 3\cdot \sin 45^\circ - 0,15\cdot 11,84 =$
$= -1,944 + 2,1213 - 1,776 = -1,5987\ kN\ \ (\searrow)$



Ellenőrzés:
Az 1+2 jelű hasábok egyensúlya.

$\vec{G}_1 + \vec{G}_2 - \vec{F}_A - \vec{F}_{\min} + \vec{F}_K^{\min} = \vec{0}$

5) $(G_1 + G_2)\sin\alpha - F_A \cos\alpha - F_{\min} + F_{Kt}^{\min} = 0$

$\mu_2 \cdot F_{Kn}^{\min}$

6) $(-G_1 - G_2)\cos\alpha - F_A \sin\alpha + F_{Kn}^{\min} = 0$

5)
$(5,5+3)\sin 45^\circ - 8,25\cos 45^\circ - (-1,5987) - 0,15\cdot 11,84 = 0$
$6,01 - 5,834 + 1,5987 - 1,776 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0$
6) $(-5,5-3)\cos 45^\circ - 8,25\sin 45^\circ + 11,84 = 0$
$-6,01 - 5,834 + 11,84 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0$

A minimális $\vec{F}_{\min}$ terhelő erő és a hozzá kapcsolódó eredmények, amelynél a hasáb nyugalomban marad, vagyis a test még éppen nem mozdul el a lejtőn lefelé.

$\vec{F}_{\min} = (1,5987\vec{i})\ kN \quad (\searrow)$
$\vec{F}_A^{\min} = (F_A \cos\alpha\vec{i} + F_A \sin\alpha\vec{j}) = (-8,25\cos 45^\circ\vec{i} - 8,25\sin 45^\circ\vec{j}) = (-5,834\vec{i} - 5,834\vec{j})kN \quad (\rightarrow)$
$\vec{F}_K^{\min} = (-0,15\cdot 11,84\vec{i} + 11,84\vec{j}) = (-1,776\vec{i} + 11,84\vec{j})\ kN \quad (\nwarrow)$
$\vec{F}_{21}^{\min} = (0,2\cdot 9,72\vec{i} + 9,72\vec{j}) = (1,944\vec{i} + 9,72\vec{j})kN \quad (\nearrow)$
$\vec{F}_{12}^{\min} = -\vec{F}_{21}^{\min} = (-1,944\vec{i} - 9,72\vec{j})kN \quad (\swarrow)$

A maximális $\vec{F}_{\max}$ terhelő erő és a hozzá kapcsolódó eredmények, amelynél a hasáb nyugalomban marad, vagyis a test még éppen nem mozdul el a lejtőn fölfelé.

$\vec{F}_{\max} = (-4,7073\vec{i})\ kN \quad (\nwarrow)$
$\vec{F}_A^{\max} = (F_A \cos\alpha\vec{i} + F_A \sin\alpha\vec{j}) = (-3,67\cos 45^\circ\vec{i} - 3,67\sin 45^\circ\vec{j}) = (-2,6\vec{i} - 2,6\vec{j})kN \quad (\rightarrow)$
$\vec{F}_K^{\max} = (0,15\cdot 8,6\vec{i} + 8,6\vec{j}) = (1,29\vec{i} + 8,6\vec{j})\ kN \quad (\nearrow)$
$\vec{F}_{21}^{\max} = (0,2\cdot 6,48\vec{i} + 6,48\vec{j}) = (1,296\vec{i} + 6,48\vec{j})kN \quad (\nwarrow)$
$\vec{F}_{12}^{\max} = -\vec{F}_{21}^{\max} = (-1,296\vec{i} - 6,48\vec{j})kN \quad (\searrow)$